

臺北市立永春高級中學 108 學年度第一學期 高一第一次期中考 數學科試題卷

考試範圍：第一章全(1-1~1-4)

一年 _____ 班 _____ 號 姓名 _____

一、多重選擇題

(每題 5 分，4 題共 20 分，答錯一個選項得 3 分，答錯兩個選項得 1 分，答錯兩個選項以上或均未作答者不給分)

1. 下列敘述何者正確？

(A) 設 a 是有理數， b 是無理數，則 $\frac{a}{b}$ 必為無理數 (B) 若 a^3, a^5 都是有理數，則 a 必是有理數

(C) 任意兩個相異的整數之間會有無限多個有理數 (D) $\sqrt[3]{\sqrt{729}}$ 是一個無理數

(E) 設 a, b 為無理數， c, d 為有理數，若 $a+c=b+d$ ，則 $a=b$ 且 $c=d$ 。

2. 若 $a > 0$ ，請判別下列選項何者正確？

(A) $(a^{\sqrt{2}})^2 = a^2$ (B) $a^{\frac{2}{3}}$ 和 $a^{\frac{3}{2}}$ 互為倒數 (C) $2^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{32}$ (D) $3^{-1} \times 3^3 = \frac{1}{27}$ (E) $(0.2)^{0.5} \times (0.008)^{-0.5} = 5$

3. 下列敘述何者正確？

(A) 31.234×10^{10} 為 11 位數字 (B) 2.567×10^{-12} 從小數點後第 12 位開始不為 0 (C) 1.748×10^6 取三位有效位數，有效數字是 1.74×10^6 (D) $0.7 = 10^{\log 0.7}$ (E) $\log 10^0 = 1$ 。

4. 下列關於絕對值的敘述何者正確？

(A) 若 x 為實數，則 $|x|$ 為非負實數 (B) $|x+2|=1$ 的幾何意義是數線上 x 到 2 的距離是 1 (C) $|x+1|+|x+5| \leq 3$ 有實數解 (D) $|2x-4| \geq 2$ 的解用區間符號表示為 $(-\infty, 1] \cup [3, \infty)$ (E) $|x+5|+|x-3|$ 有最小值為 8

二、填充題 (每格 4 分，15 格共 60 分，全對才給分)

1. 計算並將下列式子化成最簡分數： $0.2\bar{6} =$ _____。

2. 求出下列各式的值：

(1) $(\sqrt{5}-\sqrt{3})^{-3} \times (\sqrt{5}+\sqrt{3})^{-3} =$ _____。

(2) $(3^{\sqrt{5}})^{\sqrt{5}} \times \frac{(\sqrt[4]{9})^5}{3^{\frac{1}{2}}} = 3^k$ ，試求 $k =$ _____。

3. 設數線上三點 $A(-4), B(x), C(10)$ ，且 B 在 \overline{AC} 外，滿足 $5\overline{AB} = 2\overline{BC}$ ，試求 x 的值為 _____。

4. 設 n 為整數， $n < \log 0.00314 < n+1$ ，則 $n =$ _____。

5. 已知 x 為有理數，若 $x^2 + (6-x)\sqrt{3} = (15+2x) + x^2\sqrt{3}$ ，則 $x =$ _____。

6. 試比較下列各組數的大小

(1) $a=3^{0.5}$ 、 $b=\sqrt[4]{27}$ 、 $c=\frac{3}{\sqrt[3]{9}}$ 。答：_____

(2) $a=3^{\frac{1}{3}}$ 、 $b=4^{\frac{1}{4}}$ 、 $c=6^{\frac{1}{6}}$ 。答：_____

7. 設 $\sqrt{12-2\sqrt{27}}=a+b$ ，其中 a 為整數部分，且 b 為小數部分，則：

(1) 化簡根式 $\sqrt{12-2\sqrt{27}}=_____$ 。

(2) 試求 $a+\frac{1}{b}=_____$ 。

8. pH 值是衡量溶液酸鹼程度的標準，它的定義是：pH 值 $=-\log[H^+]$ ，其中 $[H^+]$ 為氫離子的濃度(莫耳/升)，已知某酸性溶液氫離子的濃度為 10^{-4} (莫耳/升)，試問此酸性溶液的 pH 值是_____。

9. x 為實數，方程式 $|x-1|+|x-5|=8$ ，則解 $x=_____$ 。

10. 為了定量描述星星的亮度，天文學家把利用肉眼觀測的星球亮度用來定義「視星等」。若織女星的亮度為 F_0 ，則一顆亮度為 F 的星星，其星等定義為： $m=-2.5\log\frac{F}{F_0}$ ，稱此星星為 m 等星。試問織女星是 7.5 等星亮度的_____倍。

11. 設 a, b 為實數，若 $|ax-6|\geq b$ 的解為 $x\geq 5$ 或 $x\leq -1$ ，則數對 (a, b) 為_____。

12. 設 $a>0$ ， x 為實數， $a^{2x}=\sqrt{5}-2$ ，則 $\frac{a^{3x}+a^{-3x}}{a^x+a^{-x}}$ 之值為_____。

三、計算題 (2 題共 20 分，請標明題號和答案，無計算過程不予計分)

1. 已知 x, y 為正實數，且 $xy=8$ ，則：

(1) $2x+9y$ 的最小值為_____。(共 4 分)

(2) 承(1)，最小值發生時， $x=_____$ ， $y=_____$ 。(共 6 分)

2. 數線上有一部能左右移動的微型機器人，兩個操控站位於 $A(-2)$ 、 $B(4)$ ，此機器人會受到兩個操控站的控制，當機器人與兩操控站的距離和大於 10 時，機器人會無法做出正確的操控。設機器人的位置 $C(x)$ ，則：

(1) 請用絕對值不等式表示機器人能夠被操控站「正常操控」的距離敘述 (2 分)

(2) 承(1)，試用分段討論的方式求出 x 的解 (8 分)